

2014年第2問



2 3つの不等式

$$\log_y(x^2 - 3x + 2) \leq 1, \quad 0 < x \leq 3, \quad 0 < y \leq 2$$

を同時にみたす領域を xy 平面上に図示せよ。さらに、点 (x, y) がこの領域内を動くとき、 $3x + 4y$ の最大値とそれを与える x, y の値を求めよ。

y は底なので、 $y \neq 1$ 。真数条件より $(x-2)(x-1) > 0 \Rightarrow x > 2, x < 1$

これらと、 $0 < x \leq 3, 0 < y \leq 2$ をあわせて。

$(0 < x < 1 \text{ または } 2 < x \leq 3)$ かつ $(0 < y < 1 \text{ または } 1 < y \leq 2)$ — (*)

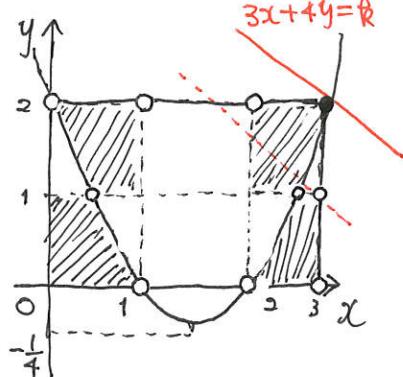
(*) のとき、不等式より $y \geq x^2 - 3x + 2$. ($1 < y \leq 2$)

$$y \leq x^2 - 3x + 2 \quad (0 < y < 1)$$

∴ 右の図にある。境界線は、 $x=3, y=2$ と

$y = x^2 - 3x + 2$ の白丸以外の部分を含む。

他は含まない



$3x + 4y = k$ とおくと、これは y 軸に平行な、代入式 $-\frac{3}{4}$ の直線なので

$(3, 2)$ を通ると、 k は最大値 17 ($x=3, y=2$)