

2013年 教育学部（中等数学）第1問

1 以下の問いに答えよ。

(1) $a > 0$, $b > 0$ とする。 $a \neq b$ であるための必要十分条件は、

$$\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

であることを示せ。

(2) $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$ とする。

$$p = a + b - \sqrt{ab}, \quad q = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{ab}}$$

とおくとき、 $pq > 1$ であることを示せ。ただし、必要があれば、(1)の結果を用いてよい。

(3) $a > 0$, $b > 0$, $ab > 1$ とする。 x の2次方程式

$$x^2 - \left(a + \sqrt{\frac{a}{b}}\right)x + \frac{a}{b} = 0$$

は、相異なる2つの正の実数解をもつことを示せ。