

2015年 教育学部（中等数学）第3問

3 四面体OABCにおいて、辺OAは平面OBCに直交し、

$$OA = \sqrt{6}, \quad OB = OC = BC = 1$$

であるとする。四面体OABCの内部の点Pから、平面OABに下ろした垂線をPD、平面OBCに下ろした垂線をPE、平面OACに下ろした垂線をPF、平面ABCに下ろした垂線をPGとする。ここで、D、E、F、Gはそれぞれ平面OAB、OBC、OAC、ABC上の点である。3つの線分PD、PE、PFの長さは等しく、その長さを R とする。辺BCの中点をHとすると、点Eは線分OH上にあり、点Gは線分AH上にある。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$ において、次の問に答えよ。

- (1) \vec{HA} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。また線分HAの長さを求めよ。
- (2) \vec{OP} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} および R を用いて表せ。
- (3) 線分PGの長さが R であるとき、 R の値を求めよ。