



2013年農・文化教育学部 第1問

1 次の問に答えよ。

(1) $a + \frac{1}{a} = b + \frac{1}{b}$ が成り立つとき, a を b を用いて表せ。(2) $x + \frac{1}{x} = \frac{y}{8} + \frac{8}{y} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ をみたす実数 x, y の組をすべて求めよ。

$$(1) \text{ (与式) } \Leftrightarrow a - b + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0$$

$$\Leftrightarrow a - b + \frac{b-a}{ab} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{ab(a-b) - (a-b)}{ab} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(a-b)(ab-1)}{ab} = 0$$

$$\therefore \underline{a = b \text{ または } a = \frac{1}{b}} \quad "$$

(2) $x + \frac{1}{x} = \frac{y}{8} + \frac{8}{y}$ より, (1) の式'に $b = \frac{y}{8}, a = x$ を代入すると成り立つのは, $x = \frac{y}{8}$ または $x = \frac{8}{y}$ のとき. ... ①同様に, $x + \frac{1}{x} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ より (1) の式'に $a = x, b = \frac{x}{y}$ を代入すると成り立つのは, $x = \frac{x}{y}$ または $x = \frac{y}{x}$ のとき ... ② $x \neq 0$ より,

② $\Leftrightarrow y = 1$ または, $y = x^2$... ②'

(i) $y = 1$ のとき ①より $x = \frac{1}{8}$ または $x = 8$ (ii) $y = x^2$ のとき ①より $x = 8$ または $x = 2$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & & \uparrow \\ \text{このとき } y = 64 & & \text{このとき } y = 4 \end{array}$$

(i), (ii) より

$$\underline{(x, y) = \left(\frac{1}{8}, 1\right), (8, 1), (8, 64), (2, 4)} \quad "$$