

2010年教育学部(中等数学)第5問

5 関数 $f(x) = \int_{\alpha}^x (t - \alpha) \cos(x - t) dt$ を考える。ただし、 α は定数とする。次の問いに答えよ。

(1) x を定数とみて、 $u = x - t$ とおく。置換積分法を用いて、

$$\int_{\alpha}^x (t - \alpha) \cos(x - t) dt = \int_0^{x-\alpha} (x - \alpha - u) \cos u du$$

となることを示せ。

(2) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ を求めよ。

(4) 曲線 $y = f(x)$ ($\alpha \leq x \leq \alpha + 2\pi$) と x 軸で囲まれた部分を、 x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。