

2014年学芸(国際関係)第1問

1 次の問に答えよ。

和・積: $\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cos\beta$

- (1) a, a, b, c, dの5文字を1列に並べるとき, aが隣り合わない並べ方は何通りあるか.
 (2) $10^{\frac{n}{77}}$ が5より大きくなる最小の自然数nを求めよ. ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする.
 (3) $0 < x < \frac{\pi}{3}$ のとき, $\cos x + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ の取りうる値の範囲を答えよ.

(1) すべての並べ方は $\frac{5!}{2!} = 60$ 通り.

このうち a がとなり合うのは, \boxed{aa} を1つとみて $4! = 24$ 通り

$$\therefore 60 - 24 = \underline{36 \text{ 通り}}$$

(2) $10^{\frac{n}{77}} > 5$ の両辺を対数(底は10)をとると

$$\log_{10} 10^{\frac{n}{77}} > \log_{10} \frac{10}{2}$$

$$\therefore \frac{n}{77} > 1 - 0.3010 = 0.6990$$

$$\therefore n > 77 \times 0.699 = 53.823 \quad \therefore \underline{n = 54}$$

(3) 和・積の公式より

$$\left(\frac{5}{3}\text{式}\right) = 2 \cdot \cos \frac{\pi}{6} \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \sqrt{3} \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

合成でも出る.

$$-\frac{\pi}{6} < x - \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{6} \text{ より}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} < \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$$

$$\therefore \underline{\frac{3}{2} < \cos x + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \leq \sqrt{3}}$$

