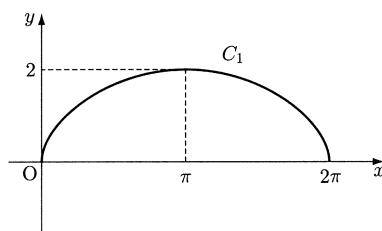




2012年工学部第4問

4  $xy$  平面上に、曲線  $C_1 : x = t - \sin t, y = 1 - \cos t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ) がある。  $0 < t < 2\pi$  をみたす  $t$  に対し、 $C_1$  上の点  $P_1(t - \sin t, 1 - \cos t)$  における  $C_1$  の法線を  $m$  とおき、 $x$  軸と  $m$  の交点を  $M$  とし、 $M$  が線分  $P_1P_2$  の中点になるように点  $P_2$  をとる。このとき、以下の問いに答えよ。



- (1) 直線  $m$  の方程式を求めよ。また、 $M, P_2$  の座標を  $t$  を用いて表せ。さらに、 $P_2$  の  $x$  座標を  $f(t)$  とおくと、関数  $f(t)$  は、 $0 < t < 2\pi$  で増加することを示せ。
- (2)  $t$  が  $0 \leq t \leq 2\pi$  の範囲を動くときの  $P_2$  の軌跡を  $C_2$  とするとき、 $x$  軸と曲線  $C_2$  で囲まれた図形の面積を求めよ。ただし、 $t = 0, 2\pi$  に対しては、点  $P_2$  をそれぞれ点  $(0, 0)$ 、点  $(2\pi, 0)$  にとるものとする。