



2014年工学部・生命環境（生命工）第2問

2 実数を成分とする2次正方行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  が、実数  $k$  に対し、 $A^2 - kA = (k-3)E$  を満たすとする。ただし、 $E$  は2次の単位行列である。

- (1)  $b \neq 0$  または  $c \neq 0$  のとき、 $a+d$  および  $ad-bc$  を  $k$  を用いた式で表せ。
- (2) 実数  $k$  が  $A \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \end{pmatrix}$  を満たすとき、 $k$  の値を求めよ。
- (3)  $k$  を定数として、 $bc$  が最大となるような  $a, d$  とそのときの  $bc$  を  $k$  を用いた式で表せ。また、そのような行列  $A$  の例を  $k$  を用いて1つあげよ。
- (4)  $k$  を定数として、行列  $A$  は  $bc$  が最大となる行列とする。行列  $A$  で表される1次変換が、直線  $y = kx$  上の各点  $P$  を  $P$  自身に移すとすると、 $A = E$  となることを示せ。