



2018年工学部第4問

4 2つの袋 A, B のそれぞれに, 赤玉 1 個と白玉 2 個の合計 3 個が入っている. 次のような試行を考える.

袋 A から無作為に玉を 1 個取り出し,
袋 B から無作為に玉を 1 個取り出す.
次に, 上で袋 A から取り出した玉を袋 B に入れ,
上で袋 B から取り出した玉を袋 A に入れる.

この試行を n 回 ($n \geq 1$) 行った後, 袋 A の中を確認する. 例えば, $n = 2$ の場合, 1 回目の試行で, 袋 A から白玉, 袋 B から赤玉を取り出し, 2 回目の試行で, 袋 A から白玉, 袋 B から白玉を取り出したとすると, その結果, 袋 A には赤玉が 2 個, 白玉が 1 個入っている.

n 回の試行の後で,

袋 A に赤玉 1 個と白玉 2 個が入っている確率を P_n ,
袋 A に赤玉 2 個と白玉 1 個が入っている確率を Q_n ,
袋 A に赤玉が入っていない確率を R_n

とする. ただし, どの玉も同じ確率で取り出されるとする. このとき, 次の各問に答えよ.

- (1) P_1, Q_1, R_1 を求めよ.
- (2) P_2 を求めよ.
- (3) P_{n+1} を, P_n を用いて表せ.
- (4) P_n を求めよ.