



2014年第3問

3 円  $C: x^2 + y^2 = 1$  上の点  $P$  における接線を  $l$  とする. 点  $(1, 0)$  を通り  $l$  と平行な直線を  $m$  とする. 直線  $m$  と円  $C$  の  $(1, 0)$  以外の共有点を  $P'$  とする. ただし,  $m$  が直線  $x = 1$  のときは  $P'$  を  $(1, 0)$  とする.

円  $C$  上の点  $P(s, t)$  から点  $P'(s', t')$  を得る上記の操作を  $T$  と呼ぶ.

(1)  $s', t'$  をそれぞれ  $s$  と  $t$  の多項式として表せ.

(2) 点  $P$  に操作  $T$  を  $n$  回繰り返して得られる点を  $P_n$  とおく.  $P$  が  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  のとき,  $P_1, P_2, P_3$  を図示せよ.

(3) 正の整数  $n$  について,  $P_n = P$  となるような点  $P$  の個数を求めよ.