

2016年工学部第1問

1 四面体  $OABC$  の面はすべて合同であり,  $OA = 5$ ,  $OB = 8$ ,  $AB = 7$  である.  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ ,  $\vec{c} = \vec{OC}$  として, 次に答えよ.

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c}$  および  $\vec{c} \cdot \vec{a}$  を求めよ.
- (2) 3点  $O, A, B$  の定める平面を  $\alpha$  とし,  $\alpha$  上の点  $H$  を直線  $CH$  と  $\alpha$  が垂直になるように選ぶ.  $\vec{OH}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表せ.
- (3) (2) の点  $H$  に対して, 線分  $CH$  の長さを求めよ.
- (4) 四面体  $OABC$  の体積  $V_1$  を求めよ. また, 辺  $OC$  の中点を  $D$  とし, さらに辺  $OB$  上に点  $E$  を  $AE + ED$  が最小となるようにとる. このとき, 四面体  $OAED$  の体積  $V_2$  を求めよ.