0001928361708999

九州産業大学

2014年 情報科・工 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 4点 A$(-\sqrt{3},\ \sqrt{3},\ 1)$，B$(\sqrt{3},\ -\sqrt{3},\ 1)$，C$(-3,\ -3,\ 1)$，Dを頂点とする四面体ABCDについて考える．ただし，点Dのz座標は負の数であり，$|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CD}| = \sqrt{17}$とする．また，原点をOとする．

(1) $|\overrightarrow{AB}| = \boxed{\text{ア}}$ である．　$2\sqrt{6}$

(2) 点Dの座標は $\boxed{\text{イ}}$ である．　$(-1, -1, -2)$

(3) 点Aを通り，z軸に垂直な平面の方程式は $\boxed{\text{ウ}}$ である．　$z=1$

(4) 3点A，B，Cの定める平面上にあり，点Dとの距離が最小となる点の位置ベクトルを$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$で表すと $\boxed{\text{エ}}$ である．　$\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$

(5) 四面体ABCDの体積は $\boxed{\text{オ}}$ である．　$6\sqrt{3}$

(1) $\overrightarrow{AB} = (2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, 0)$ より．$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{12+12+0} = \underline{2\sqrt{6}}$ //

(2) (1)と同様にして，$|\overrightarrow{BC}|$，$|\overrightarrow{CA}|$ を求めると，$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = 2\sqrt{6}$ となり

$\triangle ABC$ は正三角形　また，点A，B，C は 平面 $z=1$ 上にあることから．

点Dは$\triangle ABC$の重心を通り $z=1$ に垂直な直線上にある

$\therefore$ D$(-1, -1, z)$　$(z<0)$ とおける．このとき

$\overrightarrow{CD} = (-2, -2, 1-z)$　$\therefore |\overrightarrow{CD}| = \sqrt{4+4+(1-z)^2} = \sqrt{17}$

$9 - 2z + z^2 = 17$　$\therefore z^2 - 2z - 8 = 0$

$(z-4)(z+2) = 0$　$z<0$ より $z=-2$　$\therefore$ $\underline{\text{D}(-1, -1, -2)}$ //

(3) $\underline{z=1}$ //

(4) 求める位置ベクトルは $\overrightarrow{OH} = (-1, -1, 1)$ なので $\overrightarrow{OH} = k\overrightarrow{OA} + l\overrightarrow{OB} + m\overrightarrow{OC}$ とおくと

$(-1, -1, 1) = (-\sqrt{3}k + \sqrt{3}l - 3m, \sqrt{3}k - \sqrt{3}l - 3m, k+l+m)$

これを解くと，$k = l = m = \frac{1}{3}$　$\therefore \overrightarrow{OH} = \underline{\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})}$ //

(5) $\triangle ABC = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{6}\cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{3}$

$|\overrightarrow{DH}| = 3$ より

四面体ABCDの体積は $\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 6\sqrt{3} = \underline{6\sqrt{3}}$ //