

2010年 第3問


 数理
石井K

3 $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=2$ であるとき, $(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ の値を求めよ. ただし, a, b, c は実数とする.

$$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2 = (ab+bc+ca)^2 - 2ab^2c - 2a^2bc - 2abc^2$$

$$= (ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)$$

$$a+b+c=0 \text{ より, } a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2 = (ab+bc+ca)^2 \dots (*)$$

$$\therefore \text{で, } (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2) = 2(ab+bc+ca) \text{ より}$$

$$ab+bc+ca = \frac{1}{2}(0^2-2) = -1$$

$$(*) \text{ に代'入' して, } a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2 = \underline{\underline{1}}$$