



2013年農学部第3問

3 $0 \leq k \leq 1$ のとき、直線 $x - 2 + ky = 0$ と直線 $-k(x + 2) + y = 0$ について、次の各問に答えよ。

- (1) 2つの直線の交点 $P(x, y)$ の座標を k を用いて表せ。
 (2) 点 P の x 座標の動く範囲を求めよ。
 (3) 点 P の軌跡を求め、図示せよ。

$$(1) \quad x - 2 + ky = 0 \cdots \textcircled{1}, \quad -k(x + 2) + y = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times k \text{ より}$$

$$x - 2 + k^2(x + 2) = 0 \quad \therefore (k^2 + 1)x = 2 - 2k^2$$

$$\therefore x = \frac{2(1 - k^2)}{k^2 + 1} \quad \textcircled{2} \text{ より } y = k(x + 2) \text{ より } y = \frac{4k}{k^2 + 1}$$

$$\therefore P\left(\frac{2(1 - k^2)}{k^2 + 1}, \frac{4k}{k^2 + 1}\right)$$

(2) (1) より

$$x = \frac{-2(k^2 + 1) + 4}{k^2 + 1} = -2 + \frac{4}{k^2 + 1}$$

$$\therefore 0 \leq k \leq 1 \text{ より } 2 \leq \frac{4}{k^2 + 1} \leq 4 \quad \therefore \underline{0 \leq x \leq 2}$$

(3) (1) より

$$x = \frac{2(1 - k^2)}{k^2 + 1}, \quad y = \frac{4k}{k^2 + 1} \text{ とすると}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{4 - 8k^2 + 4k^4}{(k^2 + 1)^2} + \frac{16k^2}{(k^2 + 1)^2} = \frac{4(k^2 + 1)^2}{(k^2 + 1)^2} = 4$$

(2) と $y \geq 0$ から

右図の実線部分(端点を含める)

原点を中心とする半径2の円の周上で

$$\underline{0 \leq x \leq 2, y \geq 0 \text{ の部分}}$$

