



2010年工学部第3問

3 座標平面上に原点  $O(0, 0)$  と点  $A(3, 0)$  がある. 自然数  $n$  に対して, 点  $B_n(0, n)$  をとり,  $\triangle AB_nO$  の境界を除いた内部に含まれる格子点の個数を  $a_n$  とする. ただし,  $x$  座標と  $y$  座標がともに整数の点を格子点という. このとき, 次の各問に答えよ.

- (1)  $a_1, a_2, a_3$  の値を求めよ.
- (2) 自然数  $k$  に対して,  $n = 3k$  とする. このとき,  $\triangle AB_nO$  の境界を除いた内部に含まれる格子点のうち,  $x$  座標が 1 であるものの個数を,  $k$  を用いて表せ.
- (3) 自然数  $k$  に対して,  $a_{3k}$  を,  $k$  を用いて表せ.
- (4)  $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$  とする. 自然数  $m$  に対して,  $S_{3m}$  を,  $m$  を用いて表せ.