



2012年 第1問

1 四面体 OABC において

$$OA = 1, \quad OB = 3, \quad OC = 2, \quad \angle AOB = 90^\circ, \quad \angle AOC = \angle BOC = 120^\circ$$

とする.  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) 平面 ABC 上に点 H をとり,  $s, t, u$  を実数として  $\overrightarrow{OH} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$  とおく. このとき,  $s+t+u=1$  となることを示せ.
- (2) (1) の  $\overrightarrow{OH}$  が平面 ABC に垂直であるとき,  $s, t, u$  の値をそれぞれ求めよ.
- (3) 平面 OAB 上に点 K をとり,  $\overrightarrow{CK}$  が平面 OAB に垂直であるとする. このとき,  $\overrightarrow{OK}$  を  $\vec{a}, \vec{b}$  で表し,  $\overrightarrow{CK}$  の大きさと四面体 OABC の体積を求めよ.