



2012年 第1問

1 四面体  $OABC$  において

$$OA = 1, \quad OB = 3, \quad OC = 2, \quad \angle AOB = 90^\circ, \quad \angle AOC = \angle BOC = 120^\circ$$

とする.  $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$  とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) 平面  $ABC$  上に点  $H$  をとり,  $s, t, u$  を実数として  $\vec{OH} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$  とおく. このとき,  $s+t+u=1$  となることを示せ.
- (2) (1) の  $\vec{OH}$  が平面  $ABC$  に垂直であるとき,  $s, t, u$  の値をそれぞれ求めよ.
- (3) 平面  $OAB$  上に点  $K$  をとり,  $\vec{CK}$  が平面  $OAB$  に垂直であるとする. このとき,  $\vec{OK}$  を  $\vec{a}, \vec{b}$  で表し,  $CK$  の大きさと四面体  $OABC$  の体積を求めよ.