

2018年文系F日程第5問

5 t, a は実数とする. xy 平面上に次の方程式で表される2つの放物線がある.

$$y = x^2 - 6x + 13$$

$$y = -x^2 + 4tx - 4t^2 + a$$

このとき, 以下の問に答えよ.

- (1) 2つの放物線がただ1点を共有する場合を考える. a を t で表せ. また, a が最小となるときの t , および, そのときの a の値を求めよ.

以下 $a = 2t + 3$ とし, 2つの放物線が異なる2点で交わる場合を考える. それら2つの交点の x 座標をそれぞれ x_1 と x_2 (ただし, $x_1 < x_2$) とすると, 2つの放物線で囲まれた部分の面積 S は,

$$S = \frac{(x_2 - x_1)^3}{3}$$

となる.

- (2) t の取り得る値の範囲を求めよ.
(3) $1 \leq t \leq \frac{5}{2}$ のとき, S の取り得る値の範囲を求めよ.