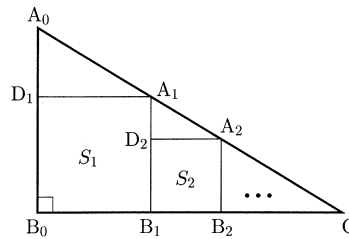


2011 年 工学部 第 1 問

1 三角形 A_0B_0C は辺 A_0B_0 の長さが a , $\angle A_0 = 60^\circ$, $\angle B_0 = 90^\circ$ の直角三角形であり, 三角形 $A_0'B_0'C'$ は辺 $A_0'B_0'$ の長さが a , $\angle A_0' = 45^\circ$, $\angle B_0' = 90^\circ$ の直角三角形である. 右図に示すように三角形 A_0B_0C の 3 つの辺上にそれぞれ点 D_1, A_1, B_1 をとり, 正方形 $B_0D_1A_1B_1$ を作る. 次に, 三角形 A_1B_1C の 3 つの辺上に点 D_2, A_2, B_2 をとり, 正方形 $B_1D_2A_2B_2$ を作る. これを繰り返し, 正方形 $B_{j-1}D_jA_jB_j$ を作る. その正方形の面積を S_j とおく. ただし, $j = 1, 2, \dots$ である. 同様な操作で, 三角形 $A_0'B_0'C'$ にも正方形 $B_{j-1}'D_j'A_j'B_j'$ を作り, その正方形の面積を S_j' とおく. これらの図形について以下の問いに答えよ.



- (1) S_1 を a を用いた式で示せ.
- (2) S_j を a と j を用いた式で示せ.
- (3) 三角形 A_0B_0C 内に正方形を描くことを無限に繰り返すとき, 正方形の面積の総和 S_T が三角形 A_0B_0C の面積 S_0 に占める割合を求めよ.
- (4) $c_j = \frac{S_{j+2}}{S_j'}$ で定義される一般項 c_j を持つ無限級数は, 収束するか発散するかを, 根拠を式で示した上で答えよ.