

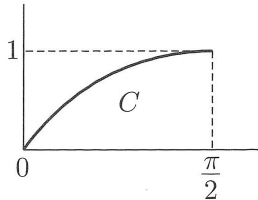
2012年 医学部 第1問

1 以下の問いに答えよ。

(1) a を正の定数として、関数 $f(x)$ を $f(x) = \log(\sqrt{a^2 + x^2} - x)$ とおく。 $f(x)$ を微分して、多項式

$$f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3$$

を求めよ。

(2) 座標平面において、曲線 $C: y = \sin x$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$) 上の点 $P(a, \sin a)$ における C の法線が x 軸と交わる点を Q とする。線分 PQ を直径とする円が、 x 軸と交わる Q 以外の点を R とする。このとき、三角形 PQR の面積 $S(a)$ を求めよ。次に、 a が動くとき、 $S(a)$ の最大値を求めよ。(3) 数列 $\{a_n\}$

$$1, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \dots$$

を次のような群に分け、第 m 群には m 個の数が入るようにする。

$$\underbrace{\left| \frac{1}{1} \right|}_{\text{第1群}} \quad \underbrace{\left| \frac{1}{2}, \frac{2}{1} \right|}_{\text{第2群}} \quad \underbrace{\left| \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1} \right|}_{\text{第3群}} \quad \underbrace{\left| \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1} \right|}_{\text{第4群}}, \dots$$

$$\underbrace{\left| \frac{1}{m}, \frac{2}{m-1}, \dots, \frac{m-1}{2}, \frac{m}{1} \right|}_{\text{第 } m \text{ 群}}, \dots$$

このとき、数列 $\{a_n\}$ において、 $\frac{q}{p}$ は第何項か。ただし、 $\frac{q}{p}$ は、例えば $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ のように、約分しないものとする。次に、第100項 a_{100} を求めよ。(4) 2次の正方行列 A が

$$A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

をみたすとする。このとき、自然数 n に対して $A^n \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ を求めよ。(5) $AB = AC$, BC の長さが1, $\angle A$ が $\frac{\pi}{5}$ の二等辺三角形 ABC を考える。頂点 A, B, C から $\angle A, \angle B, \angle C$ の二等分線を引き、対応する辺との交点を、それぞれ P, Q, R とする。このとき、三角関数の値

$$\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$$

を求めよ。

