

2014年生活環境（建築）第3問

3 次の空欄 ~ にあてはまる数字を入れよ。

原点を O とする座標平面上に4点 $A(0, 1)$, $B(1, 0)$, $C(0, -1)$, $D(\cos \theta, 0)$ がある。ただし $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。このとき、

(1) $\triangle ABD$ の面積は $\frac{\text{38} - \cos \theta}{\text{39}}$

2点 B, C を通る直線 l_1 の方程式は

$$y = x - \text{40}$$

2点 A, D を通る直線 l_2 の方程式は

$$y = -\frac{x}{\cos \theta} + \text{41}$$

l_1 と l_2 の交点を E とすると、 E の座標は

$$\left(\frac{\text{42} \cos \theta}{\text{43} + \cos \theta}, \frac{-\text{44} + \cos \theta}{\text{45} + \cos \theta} \right)$$

である。

(2) $\angle ADO = \angle BDF$ をみたく点 F を線分 AB 上にとると、 F の座標は

$$\left(\frac{\text{46} \cos \theta}{\text{47} + \cos \theta}, \frac{\text{48} - \cos \theta}{\text{49} + \cos \theta} \right)$$

$\triangle ADF$ の面積を S とおくと、

$$S = \text{50} - \cos \theta - \frac{\text{51}}{\text{52} + \cos \theta}$$

相加平均と相乗平均の関係より、

$$\text{52} + \cos \theta + \frac{\text{51}}{\text{52} + \cos \theta} \geq \text{53} \sqrt{\text{54}}$$

この等号は $\cos \theta = -\text{55} + \sqrt{\text{56}}$ のとき成立する。よって

$$\text{57} < S \leq \text{58} - \text{59} \sqrt{\text{60}}$$

である。