



2014年工・情報学部第4問

4  $0 < a < 2$  とする. 曲線  $y = x^4$  の点  $(a, a^4)$  における接線を  $l$  とする.

- (1)  $l$  の方程式を求めよ.  
 (2) 曲線  $y = x^4$  と  $l$  および  $y$  軸で囲まれる部分の面積  $S(a)$  を求めよ.  
 (3) 曲線  $y = x^4$  ( $x \geq a$ ) と直線  $y = a^4$  および直線  $x = 2$  で囲まれる部分の面積  $T(a)$  を求めよ.  
 (4)  $S(a) + T(a)$  を最小にする  $a$  の値を求めよ.

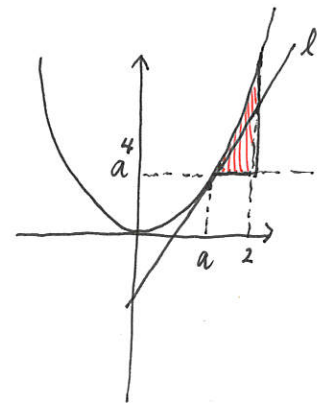
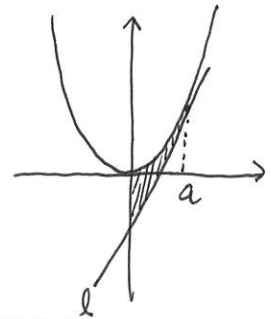
$$(1) y' = 4x^3 \text{ より } l: y = 4a^3(x-a) + a^4 \quad \therefore l: y = 4a^3x - 3a^4 //$$

$$(2) S(a) = \int_0^a x^4 - 4a^3x + 3a^4 dx$$

$$= \left[ \frac{x^5}{5} - 2a^3x^2 + 3a^4x \right]_0^a$$

$$= \frac{a^5}{5} - 2a^5 + 3a^5$$

$$= \frac{6}{5}a^5 //$$



$$(3) T(a) = \int_a^2 x^4 - a^4 dx$$

$$= \left[ \frac{x^5}{5} - a^4x \right]_a^2$$

$$= \frac{32}{5} - 2a^4 - \frac{a^5}{5} + a^5$$

$$= \frac{4}{5}a^5 - 2a^4 + \frac{32}{5} //$$

$$(4) S(a) + T(a) = U(a) \text{ とおくと } U(a) = 2a^5 - 2a^4 + \frac{32}{5}$$

$$U'(a) = 10a^4 - 8a^3$$

$$= 10a^3 \left( a - \frac{4}{5} \right)$$

$a$	$(0)$	$\dots$	$\frac{4}{5}$	$\dots$	$(2)$
$U'(a)$		$-$	$0$	$+$	
$U(a)$	$\frac{32}{5}$	$\downarrow$		$\uparrow$	$\frac{92}{5}$

増減表より,  $S(a) + T(a)$  を最小にする  $a$  は  $a = \frac{4}{5} //$