



2017年 理工学部 第5問

5 関数 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\log x$ ($1 \leq x \leq e$) と、その逆関数 $f^{-1}(x)$ ($f(1) \leq x \leq f(e)$) について、以下の間に答えよ。ただし、 $\log x$ は e を底とする自然対数である。

(1) 定積分 $\int_1^e f(x) dx$ を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ ($1 \leq x \leq e$) の長さを求めよ。

(3) 定積分 $\int_{f(1)}^{f(e)} f^{-1}(x) dx$ を求めよ。