



2012年 理工学部 第4問

4

行列 $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

(1) A^2 , A^3 を求めよ。

(2) n を自然数とし、 $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ とするとき、 $\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix}$ を求めよ。

(3) xy 平面上の点 P_n の座標を、(2) で定めた (x_n, y_n) とする。原点 O を中心とし、 OP_n を半径とする円の面積を S_n とするとき、 S_1 , S_2 , S_3 を求めよ。

(4) (3) で定めた S_n について、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和を求めよ。