0001853366418999

室蘭工業大学

2014年 工学部 第1問

$\boxed{1}$ a, b, c を定数とし，$a \neq 0$ とする．関数 $f(x)$，$g(x)$ をそれぞれ

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad g(x) = f'(x)$$

と定め，放物線 $y = f(x)$ および直線 $y = g(x)$ をそれぞれ C，L とする．C の軸は $x = 1$ であり，C と L はともに点 $(2,\ 2)$ を通る．

(1) a, b, c の値を求めよ．

(2) C を y 軸方向に d だけ平行移動させた曲線を D とする．D は L と2点で交わり，その2点間の距離は $4\sqrt{5}$ である．この2点の座標，および d の値を求めよ．

(3) L と D で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

(1) Cの軸が $x=1$ なので，$-\dfrac{b}{2a} = 1$ $\quad \therefore b = -2a \cdots ①$

Cが $(2,2)$ を通ることより，$4a+2b+c = 2 \cdots ②$

Lが $(2,2)$ を通ることより，

$g(x) = 2ax + b \quad \therefore 4a + b = 2 \cdots ③$

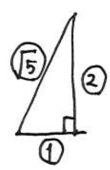
①③より，$\underline{a = 1,\ b = -2}$，②より，$\underline{c = 2}$

(2) (1)より，$D: y = x^2 - 2x + 2 + d$，$L: y = 2x - 2$

$\underbrace{\text{2交点}}_{\text{のx座標}}$を求めると，$x^2 - 4x + 4 + d = 0$ $\quad \therefore x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 - 4\cdot(4+d)}}{2}$

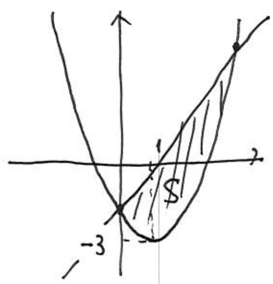
$= 2 \pm \sqrt{-d}$

$\therefore 2\sqrt{-d} = 4 \quad \therefore -d = 4 \quad \therefore \underline{d = -4}$



このとき 2交点の座標は，

$\underline{(0,-2),\ (4,6)}$



(3) $S = \displaystyle\int_0^4 2x - 2 - (x^2 - 2x - 2)\,dx$

$= -\displaystyle\int_0^4 x(x-4)\,dx$

$= \dfrac{1}{6}(4-0)^3 = \dfrac{64}{6} = \underline{\dfrac{32}{3}}$