0002077722297999

室蘭工業大学

2015年 工学部 第2問

数理 石井K

2 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = (x^2 - 6x + 8)e^{-x}$$

と定める．ただし，e は自然対数の底とする．

(1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ．

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ．

(1) $f'(x) = (2x-6)e^{-x} + (x^2-6x+8)\cdot(-e^{-x})$

$= -(x^2-8x+14)e^{-x}$

$\therefore$ $f'(x)=0$ となるのは，$x = 4\pm\sqrt{2}$

x	$\cdots$	$4-\sqrt{2}$	$\cdots$	$4+\sqrt{2}$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

$f(4-\sqrt{2}) = \{(4-\sqrt{2})^2 - 6(4-\sqrt{2}) + 8\}e^{-4+\sqrt{2}}$

$= (2-2\sqrt{2})e^{-4+\sqrt{2}}$

$f(4+\sqrt{2}) = \{(4+\sqrt{2})^2 - 6(4+\sqrt{2}) + 8\}e^{-4-\sqrt{2}}$

$= (2+2\sqrt{2})e^{-4-\sqrt{2}}$

右の増減表より．$\begin{cases} \text{極小値 } (2-2\sqrt{2})e^{-4+\sqrt{2}} \ (x=4-\sqrt{2}\text{ のとき}) \\ \text{極大値 } (2+2\sqrt{2})e^{-4-\sqrt{2}} \ (x=4+\sqrt{2}\text{ のとき}) \end{cases}$ //

(2) $f(x) = (x-2)(x-4)e^{-x}$ より．$f(x)=0$ となるのは．$x = 2, 4$．また，$2 \leqq x \leqq 4$ において $f(x) \leqq 0$

$\therefore S = \int_2^4 -(x^2-6x+8)(-e^{-x})'\,dx$

$= \left[(x^2-6x+8)e^{-x}\right]_2^4 + \int_2^4 (2x-6)\cdot(e^{-x})'\,dx$

$= \left[(2x-6)e^{-x}\right]_2^4 - 2\int_2^4 e^{-x}\,dx$

$= 2e^{-4} + 2e^{-2} - 2\left[-e^{-x}\right]_2^4$

$= 2e^{-4} + 2e^{-2} + 2e^{-4} - 2e^{-2}$ $= \dfrac{4}{e^4}$ //