



2018年 総合理工（数理・情報システム）第2問

2 曲線  $C$  を時刻  $t$  ( $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ) によって

$$\begin{cases} x = \sin t, \\ y = y(t), \quad y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

と媒介変数表示される動点  $P(x, y)$  の軌跡とする。また、 $0 < x < 1$  のとき、 $P(x, y)$  における曲線  $C$  の接線の傾きは

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2 - \pi x}{\pi \sqrt{1 - x^2}}$$

で与えられているとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 時刻  $t = \frac{\pi}{4}$  のときの点  $P$  における曲線  $C$  の接線の傾きを求めよ。
- (2) 時刻  $t$  ( $0 < t < \frac{\pi}{2}$ ) における点  $P$  の  $y$  軸方向の速度  $\frac{dy}{dt}$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $y(t)$  を  $t$  を用いて表せ。
- (4) 曲線  $C$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。