



2016年工学部第4問

4 複素数  $z$  は、以下に述べる規則 (i), (ii) にしたがって、1 秒ごとに値が変化していくものとする。ただし、 $i$  を虚数単位として、 $\alpha = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$  とおき、 $n = 0, 1, 2, \dots$  について、時刻  $n$  秒での  $z$  の値を  $z_n$  とおく。

(i)  $z_0 = 1$  とする。

(ii)  $z$  の値は、時刻  $n+1$  秒において、確率  $\frac{1}{2}$  で  $z_{n+1} = \alpha z_n$  に、確率  $\frac{1}{2}$  で  $z_{n+1} = \alpha^{-1} z_n$  に変化する。

$m = 1, 2, 3, \dots$  について、 $z_{2m} = \alpha^2$  となる確率を  $p_m$ 、 $z_{2m} = 1$  となる確率を  $q_m$  とおくと、以下の問いに答えよ。

- (1)  $z_{2m} = -1$  となる確率を求めよ。
- (2)  $q_m$  を、 $p_m$  を用いて表せ。
- (3)  $p_m$  を求めよ。
- (4)  $z_n = 1$  となる確率を求めよ。