



2013年理系第3問

3 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して $D(A) = ad - bc$, $T(A) = a + d$ と定める. 実数 x, y に対して行列 X を $X = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & y \end{pmatrix}$ とおき, 行列 E を $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とし, 行列 O を $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して等式 $A^2 - T(A)A + D(A)E = O$ が成り立つことを証明せよ.
- (2) $D(X) < 0$ かつ $T(X) > 0$ となる (x, y) の領域を図示せよ.
- (3) X が逆行列をもたないとき, $T(X^{2n})$ の最小値を n を用いて表せ. ただし, n は正の整数である.