

2017年 医学部 第18問

増田

18  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x} = k$ としたとき,  $a < (2.7)^k < a + 1$ となる整数  $a$ が存在する.  $a$ の値を求めよ.

$f(x) = 2^x$ とおく.

微分係数の定義式より

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x} \end{aligned}$$

$$f'(x) = (\log_e 2) 2^x$$

$$k = f'(0) = \log_e 2$$

自然対数の底  $e = 2.71 \dots$  だから

$$(2.7)^{\log_e 2} < e^{\log_e 2} = 2$$

$$\text{よって } 1 < (2.7)^k < 2$$

$$a = \underline{\underline{1}}$$