



2017年 教育地域科学 第3問

3 四面体  $OABC$  において、 $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ ,  $\overrightarrow{OC}$  をそれぞれ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  と表す。  $0 < s < 1$ ,  $0 < t < 1$  を満たす実数  $s$ ,  $t$  に対して、線分  $AB$  を  $t:(1-t)$  に内分する点を  $D$ , 線分  $CD$  を  $s:(1-s)$  に内分する点を  $E$ , 線分  $OE$  を  $t:(1-t)$  に内分する点を  $F$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\overrightarrow{OF}$  を  $s$ ,  $t$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。
- (2) 直線  $AF$  が三角形  $OBC$  と交わる点を  $G$  とするとき、 $\frac{AF}{AG}$  の値を求めよ。
- (3) 直線  $AF$  が三角形  $OBC$  の重心を通るとき、 $s$ ,  $t$  の値を求めよ。
- (4)  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{c}| = \sqrt{2}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \frac{1}{4}$  とする。直線  $BF$  が3点  $O$ ,  $A$ ,  $C$  を通る平面と垂直であるとき、 $s$ ,  $t$  の値を求めよ。