

2017年 医学部 第1問

増田

1 AB = 3, BC = 2, CA =  $\sqrt{5}$ である  $\triangle ABC$ において, 頂点Cから辺ABへ垂線CHを下ろす. このとき,  
 AH =  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$  であり,  $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B}$  の値は  $\frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オカ}}}$  である.

余弦定理より

$$\cos \angle A = \frac{3^2 + (\sqrt{5})^2 - 2^2}{2 \times 3 \times \sqrt{5}} = \frac{5}{3\sqrt{5}}$$

直角三角形 AHCにおいて

$$\cos \angle A = \frac{AH}{AC} = \frac{AH}{\sqrt{5}} = \frac{5}{3\sqrt{5}}$$

$$\therefore AH = \frac{5}{3}$$

 $\triangle AHC$ において三平方の定理より

$$CH^2 = (\sqrt{5})^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{20}{9}$$

$$CH = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} &= \frac{AH}{CH} + \frac{BH}{CH} = \frac{AH+HB}{CH} = \frac{AB}{CH} \\ &= \frac{3}{\frac{2\sqrt{5}}{3}} = \frac{9}{2\sqrt{5}} \\ &= \frac{9\sqrt{5}}{10} \end{aligned}$$

