

2012年工学部第5問

5 s, t を実数とし, 行列 $A = \begin{pmatrix} s & t \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする. $P = -A + 4E$ に対して, $P^2 = P$ が成り立つとする.

(1) s, t の値を求めよ.

(2) a, b を相異なる実数とする. $AP \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \lambda P \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ を満たす実数 λ の値を求めよ.

(3) 数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ を $\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^{n-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) と定める. 数列 $\{x_n\}, \{y_n\}$ の一般項を求めよ.