

2012年工学部第4問



4 以下の問いに答えなさい。

- (1) 自然数 m, n に対して, m 以上 $m+n$ 以下の自然数の和を m, n の式で表しなさい.
 (2) 12 は, $12 = 3 + 4 + 5$ と連続する3つの自然数の和として表すことができる. 88 を連続する2つ以上の自然数の和として表しなさい.

(1) 和を S とおくと, $S = m + (m+1) + (m+2) + \dots + (m+n)$

これは, 初項 m , 公差 1 の等差数列の和より,

$$S = \frac{n+1}{2} \cdot (m + m+n) = \frac{1}{2}(n+1)(n+2m)$$

(2) (1)より, $\frac{1}{2}(n+1)(n+2m) = 88$ となる. m, n を求めればよい

$$\therefore (n+1)(n+2m) = 2^4 \cdot 11$$

ここで, $n+1, n+2m$ の偶奇性は異なることから,

$$(n+1, n+2m) = (2^4, 11), (11, 2^4), (1, 2^4 \cdot 11), (2^4 \cdot 11, 1)$$

であるが, $n+1 \geq 2, n+2m \geq 3, n+2m \geq n+1$ より

$$n+1 = 11, n+2m = 2^4 \text{ となる.}$$

$$\therefore n = 10, m = 3$$

$$\therefore \underline{88 = 3 + 4 + 5 + \dots + 12 + 13}$$