

2012年工学部第4問

4 a, b, c, d は実数とし, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -d & c \\ b & -a \end{pmatrix}$ とする. $A^2 + A + E = O$ が成り立つとき, 次の問いに答えよ. ただし, E は単位行列, O は零行列とする.

- (1) $a + d$ および $ad - bc$ の値を求めよ.
- (2) A^3, A^6, B^3, B^6 を求めよ.
- (3) B^{3n} ($n = 1, 2, 3, \dots$) を推測し, その推測が正しいことを数学的帰納法を用いて示せ.