



2017年文系第2問

数理
石井K

2 点(1, 0)を中心とする円Cと, 直線 $l: x + 3y = 3$ が接している.

- (1) Cの半径およびCと l の接点の座標を求めなさい.
 (2) 点(0, 1)を通り, Cに接する直線のうち l でないものの方程式を求めなさい.

(1) 点と直線のキヨリ公式を使って, 半径を r とすると,

$$\frac{|1+0-3|}{\sqrt{1^2+3^2}} = r$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{10}}{5} \text{ ,,}$$

よって, Cの方程式は.

$$(x-1)^2 + y^2 = \frac{2}{5}$$

これに, $l: y = -\frac{1}{3}x + 1$ を代入して

$$x^2 - 2x + 1 + \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 = \frac{2}{5} \iff 25x^2 - 60x + 36 = 0$$

$$\therefore (5x-6)^2 = 0 \quad \therefore x = \frac{6}{5} \quad \text{そのとき, } y = \frac{3}{5} \quad \therefore \left(\frac{6}{5}, \frac{3}{5}\right) \text{ ,,}$$

(2) 接点を (a, b) とすると接線は.

$$(x-1)(a-1) + by = \frac{2}{5} \quad \dots (*)$$

$$\text{これが } (0, 1) \text{ を通るので, } 1 - a + b = \frac{2}{5} \quad \therefore a - b = \frac{3}{5} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(a, b) \text{ は } C \text{ 上の点より, } (a-1)^2 + b^2 = \frac{2}{5} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } a^2 - 2a + 1 + a^2 - \frac{6}{5}a + \frac{9}{25} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore 25a^2 - 40a + 12 = 0 \quad \therefore (5a-6)(5a-2) = 0 \quad \therefore a = \frac{6}{5}, \frac{2}{5}$$

$$l \text{ でないのは, } a = \frac{2}{5} \text{ のときで } b = -\frac{1}{5}$$

$$(*) \text{ に代入して, } y = -3x + 1 \text{ ,,}$$