

2014年 第2問

2  $a, b$  を実数とする. 行列  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ a & b \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$  が

$$AB = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

を満たしている. 次の問いに答えよ.

- (1)  $a, b$  の値を求めよ. ただし答えのみでよい.
- (2)  $m, n$  は実数で,  $m \neq 0, n \neq 0$  とする. 座標平面上の2点  $S_1(m, 0), S_2(0, n)$  をとり, 行列  $A$  が表す1次変換によって  $S_1, S_2$  が移る点をそれぞれ  $S_1', S_2'$  とする. 2点  $S_1', S_2'$  を通る直線が2点  $S_1, S_2$  を通る直線に一致するとき,  $n$  を  $m$  の式で表せ.
- (3) 2点  $T_1(-7, 0), T_2(0, 7)$  を通る直線を  $l$  とする. 行列  $B$  が表す1次変換によって  $T_1, T_2$  が移る点をそれぞれ  $T_1', T_2'$  とし, 2点  $T_1', T_2'$  を通る直線を  $l'$  とする. 原点を中心とする半径  $r$  の円を  $C$  とする.  $C$  と  $l$  が異なる2点で交わり, かつ  $C$  と  $l'$  も異なる2点で交わるとする. このような  $r$  の値の範囲を求めよ.
- (4) (3)において, 円  $C$  が  $l$  を切り取る線分の長さを  $L$  とし, 円  $C$  が  $l'$  を切り取る線分の長さを  $L'$  とする. このような  $L, L'$  の中で,  $L$  が最も小さい自然数になるときの  $L'$  の値を求めよ.