

2012年 芸術工学部 第3問

3 2つのベクトルを  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 3)$  とおく. 平面上の任意のベクトル  $\vec{w} = (x, y)$  を  $\vec{w} = k\vec{a} + l\vec{b}$  と表すとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $k, l$  を  $x, y$  で表せ.
- (2) (1) の  $k, l$  に対して, 点  $W(\vec{w})$  を点  $U(k\vec{a})$  へ移す変換を  $f$ , 点  $W(\vec{w})$  を点  $V(l\vec{b})$  へ移す変換を  $g$  とするとき, 2つの変換  $f, g$  を表す行列  $P, Q$  を求めよ.
- (3) 行列  $PQ, QP, P^2, Q^2$  を求めよ.
- (4) 行列  $R$  が  $R = sP + tQ$  と表されるとき, 自然数  $n$  に対して  $R^n$  を類推し, それが正しいことを数学的帰納法で証明せよ. ただし,  $s, t$  は実数とする.