



2014年教育・薬学部第2問

2 1から $2n$ までの偶数の平方の和を $a_n$ , 奇数の平方の和を $b_n$ とする. すなわち

$$a_n = 2^2 + 4^2 + \cdots + (2n)^2, \quad b_n = 1^2 + 3^2 + \cdots + (2n-1)^2$$

である. なお, 1から $n$ までの自然数の平方の和については

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

が成り立つ. 次の問いに答えよ.

- (1) 偶数の平方の和 $2^2 + 4^2 + \cdots + 20^2$ と奇数の平方の和 $1^2 + 3^2 + \cdots + 19^2$ を求めよ.
- (2)  $a_n$ と $b_n$ を求めよ.
- (3)  $\frac{1}{a_n} - \frac{3}{2n(2n+1)}$  および  $\frac{1}{b_n} + \frac{3}{2n(2n+1)}$  を計算せよ.
- (4)  $c_n = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{b_n}$  とするとき,  $S_n = c_1 + c_2 + \cdots + c_n$  を求めよ.