

2011年文系第4問

4  $n$  を 2 以上の自然数,  $q$  と  $r$  を自然数とする. 1 から  $nq$  までの番号がついた  $nq$  個の白玉, 1 から  $nr$  までの番号がついた  $nr$  個の赤玉を用意する. これら白玉と赤玉を, 1 番から  $n$  番まで番号づけられた  $n$  個の箱それぞれに, 小さい番号から順に白玉は  $q$  個ずつ, 赤玉は  $r$  個ずつ配分しておく. たとえば, 1 番目の箱には番号 1 から  $q$  の白玉と番号 1 から  $r$  までの赤玉が入っている. これら  $n(q+r)$  個の玉を  $n$  個の箱に以下のように再配分する. 1 番の箱から 1 個の玉を取り出して 2 番の箱に移し, 次に 2 番の箱から 1 個の玉を取り出して 3 番の箱に移す. 同様の操作を順次繰り返し最後に  $n$  番の箱に 1 個の玉を移して終了する. このようにして実現され得る再配分の総数を  $s_n$  とし,  $n$  番の箱の白玉が  $q+1$  個であるような再配分の総数を  $a_n$  とする.

- (1)  $s_2$  を求めよ.
- (2)  $s_3$  と  $a_3$  を求めよ.
- (3)  $s_4$  と  $a_4$  を求めよ.