



2014年理系第3問

3  $a, b$  を正の定数とし、関数

$$f(x) = \frac{1}{e^{\frac{x-a}{b}} + 2} \quad (x > 0)$$

を考える。

(1)  $x > a$  のとき、 $\lim_{b \rightarrow +0} f(x) = \boxed{\text{ア}}$  であり、 $x < a$  のとき、 $\lim_{b \rightarrow +0} f(x) = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$  である。

(2) 曲線  $y = f(x)$  の点  $(a, f(a))$  における接線の方程式は、 $y = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}b}x + \frac{a + \boxed{\text{キ}}b}{\boxed{\text{ク}}b}$  である。

(3)  $b = \frac{1}{3}$  とする。  $t = e^{3(x-a)}$  とおくと、 $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\boxed{\text{ケ}}t}$  であり、正の定数  $c$  に対して、

$$\int_a^{a+c} f(x) dx = \frac{1}{\boxed{\text{コ}}} \log \left( \frac{\boxed{\text{サ}} e^{3c}}{e^{3c} + \boxed{\text{シ}}} \right)$$

となる。また、正の定数  $p, q$  が、 $\int_{a-q}^{a+p} f(x) dx = \frac{4}{3}p$  を満たすとき、

$$q = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}} \log \left( \frac{e^{\boxed{\text{セ}}p} + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{チ}}} e^{\boxed{\text{タ}}p - 1} \right)$$

となる。