長崎大学

2017年 医学部 第1問

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ．

(1) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，$4\sin^3\theta + 3\cos^2\theta$ の最大値と最小値，およびそのときの θ の値をそれぞれ求めよ．

(2) e を自然対数の底とする．$x > e$ の範囲において，関数

$$y = x^{\frac{1}{x}}$$

を考える．この両辺の対数を x について微分することにより，y は減少関数であることを示せ．また，$e < a < b$ のとき，$a^b > b^a$ が成り立つことを証明せよ．

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項が

$$a_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n n(n-1)$$

であるとき，$a_{n+1} - a_n$ を n の式で表し，a_n が最大となる正の整数 n をすべて求めよ．

(4) 複素数平面上の点 $\mathrm{P}(z)$ が，原点を中心とする半径3の円の周上を動くとき，

$$w = \frac{z+3i}{z}$$

で表される点 $\mathrm{Q}(w)$ はどのような図形を描くか．