



2017年 医学部 第1問

1 以下の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき, $4 \sin^3 \theta + 3 \cos^2 \theta$ の最大値と最小値, およびそのときの θ の値をそれぞれ求めよ.
- (2) e を自然対数の底とする. $x > e$ の範囲において, 関数

$$y = x^{\frac{1}{x}}$$

を考える. この両辺の対数を x について微分することにより, y は減少関数であることを示せ. また, $e < a < b$ のとき, $a^b > b^a$ が成り立つことを証明せよ.

- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項が

$$a_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n n(n-1)$$

であるとき, $a_{n+1} - a_n$ を n の式で表し, a_n が最大となる正の整数 n をすべて求めよ.

- (4) 複素数平面上の点 $P(z)$ が, 原点を中心とする半径 3 の円の周上を動くとき,

$$w = \frac{z + 3i}{z}$$

で表される点 $Q(w)$ はどのような図形を描くか.