



2017年 医学部 第4問

4 xy 平面上に、原点 O を中心とする半径 1 の円がある。この円の周上に 2 点 $A(\cos \alpha, \sin \alpha)$ と $B(\cos \beta, \sin \beta)$ をとる。ただし、 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$ とする。さらに、 2 点 A, B から x 軸に垂線を下ろし、 x 軸との交点をそれぞれ C, D とする。扇形 OAB の面積を S_1 、弧 AB と線分 BD, DC, CA で囲まれた図形 F の面積を S_2 とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) S_1 を α と β で表せ。
- (2) S_2 を α と β で表せ。
- (3) $S_1 = S_2$ のとき、 β を α の式で表せ。また、このとき $t = \cos \alpha - \cos \beta$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (4) (3) のとき、扇形 OAB および図形 F を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を、それぞれ V_1 および V_2 とする。さらに、 $V = V_1 - V_2$ とする。 V を t の式で表せ。
- (5) (4) において、 V の最大値、およびそのときの A, B の座標を求めよ。