



2018年 歯学・工学部 第2問

2 半径  $a$  の円が  $x$  軸上を滑ることなく正の方向に回転していくとき、円周上の2つの定点  $P$  と  $Q$  の運動について考える。時刻  $t = 0$  のとき  $P$  は原点  $O$  にあり、 $Q$  は点  $(0, 2a)$  にある。円は毎秒1ラジアンで回転する。このとき、点  $P$  の時刻  $t$  における座標  $(x, y)$  は

$$x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t)$$

で表される。以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻  $t$  における円の中心  $C$  と点  $Q$  の座標を、それぞれ求めよ。
- (2) 時刻  $t$  における点  $P$  の速度ベクトル  $\vec{v}_P = \left( \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$  を求めよ。また、時刻  $t$  が  $0 \leq t \leq 2\pi$  の範囲において、速さ  $|\vec{v}_P|$  の最大値と最小値、およびその時の  $P$  の座標を求めよ。
- (3) 時刻  $t$  における点  $Q$  の速度ベクトル  $\vec{v}_Q$  を求めよ。さらに、内積  $\vec{v}_P \cdot \vec{v}_Q$  を求めよ。
- (4) 時刻  $t = \frac{\pi}{2}$  から  $t = \frac{3\pi}{2}$  までの間に点  $P$  が動く道のり  $L_P$  と、点  $Q$  が動く道のり  $L_Q$  を、それぞれ求めよ。