



2010年第4問

4 a を $a > 1$ を満たす定数とする。原点 O と点 $P(1, 0)$ を線分で結び、点 P と点 $Q(a, \log a)$ を曲線 $y = \log x$ で結ぶ。このようにして得られる曲線 OPQ を、 y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の容器を考える。ただし、 OP を含む部分を底面として、水平に置くものとする。次の問いに答えよ。

(1) この容器の容積 V を a を用いて表せ。

(2) m を正の定数とする。この容器に、単位時間あたり m の水を一定の割合で注ぎ入れる。ただし、最初は水が全く入っていない状態とする。注ぎ始めてから時間 t ($0 < t < \frac{V}{m}$) が経過したとき、底面から水面までの高さを h 、水面の上昇する速度を v とする。 h および v を m, t を用いて表せ。