



2010年 第7問

7 4次方程式の解について、次の問いに答えよ。ただし、次のことは既知としてよい。

自然数 k, l, m が次の条件

(イ) k と l は 1 以外の公約数をもたない

(ロ) k は lm の約数である

を満たすならば、 k は m の約数である。

(1) a, b, c, d は整数で、 $d \neq 0$ とする。次の方程式

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

が有理数の解 r をもつとき、 $|r|$ は自然数であり、かつ $|d|$ の約数に限ることを証明せよ。

(2) 次の方程式

$$2x^4 - 2x - 1 = 0$$

の実数解はすべて無理数であることを証明せよ。