



2018年 歯学・工学部 第2問

2 半径 a の円が x 軸上を滑ることなく正の方向に回転していくとき、円周上の2つの定点 P と Q の運動について考える。時刻 $t = 0$ のとき P は原点 O にあり、 Q は点 $(0, 2a)$ にある。円は毎秒1ラジアンで回転する。このとき、点 P の時刻 t における座標 (x, y) は

$$x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t)$$

で表される。以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻 t における円の中心 C と点 Q の座標を、それぞれ求めよ。
- (2) 時刻 t における点 P の速度ベクトル $\vec{v}_P = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$ を求めよ。また、時刻 t が $0 \leq t \leq 2\pi$ の範囲において、速さ $|\vec{v}_P|$ の最大値と最小値、およびその時の P の座標を求めよ。
- (3) 時刻 t における点 Q の速度ベクトル \vec{v}_Q を求めよ。さらに、内積 $\vec{v}_P \cdot \vec{v}_Q$ を求めよ。
- (4) 時刻 $t = \frac{\pi}{2}$ から $t = \frac{3\pi}{2}$ までの間に点 P が動く道のり L_P と、点 Q が動く道のり L_Q を、それぞれ求めよ。