



2012 年 理学部（数） 第 4 問

4 a_1 を $\frac{\pi}{12} < a_1 < \frac{\pi}{4}$ を満たす数とし, $\{a_n\}$ を

$$a_{n+1} = 1 - \sin a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められる数列とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 直線 $y = 1 - x$ と曲線 $y = \sin x$ は, $\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{4}$ の範囲でただ 1 つの交点をもつことを示せ.
- (2) n を自然数とすると, 不等式 $\frac{\pi}{12} < a_n < \frac{\pi}{4}$ を示せ.
- (3) (1) の交点の x 座標を α とするとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$ が成り立つことを示せ.