



2018年 第3問

3 図1のように2つの正方形 ABCD と CDEF を並べた図形を考える. 2点 P, Q が6個の頂点 A, B, C, D, E, F を以下の規則 (i), (ii) に従って移動する.

(i) 時刻0では図2のように点 P は頂点 A に, 点 Q は頂点 C にいる.

(ii) 点 P, Q は時刻が1 増えるごとに独立に, 今いる頂点と辺で結ばれている頂点に等確率で移動する.

時刻  $n$  まで2点 P, Q が同時に同じ頂点にいることが一度もない確率を  $p_n$  と表す. また時刻  $n$  まで2点 P, Q が同時に同じ頂点にいることが一度もなく, かつ時刻  $n$  に2点 P, Q がともに同じ正方形上にいる確率を  $a_n$  と表し,  $b_n = p_n - a_n$  と定める. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 時刻1での点 P, Q の可能な配置を, 図2にならってすべて図示せよ.
- (2)  $a_1, b_1, a_2, b_2$  を求めよ.
- (3)  $a_{n+1}, b_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  で表せ.
- (4)  $p_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$  を示せ.